

切開辺を含み一方方向に折りたたみ可能な立体形状の設計

加瀬 悠人 Yuto KASE

三谷 純 Jun MITANI

金森 由博 Yoshihiro KANAMORI

概要:本稿では、上下方向に折りたたみと展開が可能な多面体モデルの設計を支援する手法を提案する。対象とする多面体モデルは、天頂面と底面が水平であり、側面は水平な辺と垂直面上に位置する辺から構成される。水平な辺はヒンジ構造を持ち開閉角度を変化させることができる。折りたたむ前には完全に閉じた状態であるが、平坦に折りたたんだ状態および折りたたみ過程の状態では垂直面上の辺が分離する。提案する設計支援システムでは、多面体モデルの天頂面と底面および断面を構成する折れ線を入力とし、上記の条件を満たす立体を自動生成する。

キーワード:CG/多面体/折りたたみ/設計

1. はじめに

立体を折りたたむことは、使用しない時に小さい収納スペースに格納し、必要に応じて大きく広げることを実現するために必要な技術である。しかし、折りたたみ可能な立体を試行錯誤で設計するのは容易でない。本稿では、上下方向に折りたたみと展開が可能な多面体モデルの設計を支援する手法を提案する。対象とする多面体モデルは、図 1 に示すように、天頂面と底面が水平であり、側面は水平な辺と垂直面上に位置する辺から構成される。水平な辺はヒンジ構造を持ち開閉角度を変化させることができる。折りたたむ前には完全に閉じた状態であるが、平坦に折りたたんだ状態および折りたたみ過程の状態では垂直面上の辺が分離する。提案する設計支援システムでは、多面体モデルの天頂面と底面および断面を構成する折れ線を入力とし、上記の条件を満たす立体を自動生成する。折りの構造は水平な辺に割り当てられるヒンジ構造のみであるため、折りたたみ可能な立体を制作する問題は、断面から見た 2 次元平面上での折れ線の折りたたみ問題とみなすことができる。そのため、本稿では、主に折れ線の折りたたみについての議論が中心となる。一般に、端点の位置が拘束された任意の折れ線は平坦に折りたたむことができない。そこで本稿では、入力として与えられた折れ線を自動修正し、平坦に折りたたむようにする。また、

実際に折りたたみ可能な立体を制作する際には、素材の厚さを考慮する必要がある。本稿では、この素材の厚さを考慮したうえで、ヒンジの位置を決定する方法、および多面体を構成するパネルの輪郭部の形状を調整する方法も提案する。



図 1 本稿で対象とする多面体モデル

2. 関連研究

ものを折りたたむということは、折り紙工学の分野で広く研究がされてきた。例えば、車のエアバッグ^[3]や人工衛星の太陽電池パネル^[8]は通常時にはコンパクトに折りたたまれ、必要なときに大きく展開する構造が求められる。このような製品に対して折り紙の研究が大きく貢献してきた。

剛体パネルをヒンジにより連結した構造で全体の形状を表現するものを剛体折りと呼び、厚みのあるパネルが歪みなく折り操作を行える形状設計の手法が舘^[5]によって提案された。たとえば、既存の建築物の間を結ぶ折りたたみ可能な仮設空間を作ることが想定されている。また、本提案手法の先行研究として、我々の切開辺を含み折りたたみ可能な軸対称形状の設計手法^[4]が挙げられる。この手法は厚みのある平坦に折りたたみ可能な軸対称な多面体モデルを設計することを目的としている。本提案手法と同様に折れ線を入力することで、折りたたみ可能な多面体モデルと、そのたたみ方に関する情報を出力する。この手法で図 2 に示すような多面体を設計できる。舘の手法は剛体パネルで歪みなく折りたたみできる形を設計できるが、辺の分離を許容していないため、生成可能な形状の自由度が小さい。特に、閉じた立体は切り込みを入れない限り折りたたみできないことがCauchy^[2]によって示されている。また、我々が文献

^[4]で示した手法は、対象とする形が軸対称なものに限られていることが制約として挙げられる。本稿で提案する手法は、基本的なアプローチは同じものの、軸対称でない形も対象に含めていることから、より自由度の高い形を扱うことができる。

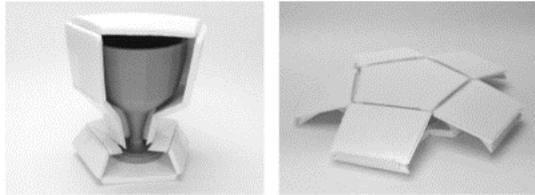


図 2 文献^[4]で示した手法による、折りたたみ可能なグラスケースの例。左図：折りたたみ前の形状、右図：折りたたみ後の形状

3. 提案手法

本稿で提案する手法では、まず立体形状の天頂面を多角形で入力する。次に、側面の形状を形成する断面線を天頂面の面と等しい数だけ入力する(図 3)。これらの情報を元に、多面体モデルの生成を行う。しかしながら、得られた立体が、そのままの状態では折りたたみ可能であることは極めて稀であるため、システムによって修正を行う。その際、天頂面と底面は変更しないものとし、側面の形状を決定する断面線に対して修正を行う。また、折りたたみやすさを考慮した各辺の折り曲げの向き(山・谷の別)の決定や、素材の厚みを考慮したヒンジ位置の設定などを行う。最終的に、生成された多面体モデルの3Dデータと各辺の折り曲げ方向に関する情報を出力する。

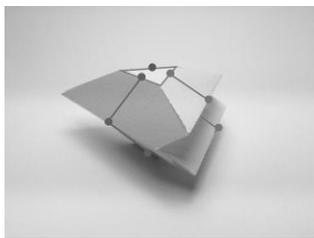


図 3 本手法で対象とする多面体モデルの例。ユーザは天頂面と、断面線を入力する

3.1. 天頂面の入力

天頂面の形状は、ユーザが $z = \text{height}$ の x, y 平面上に多角形を作図することで入力する(図 4)。ここで、 height は底面から天頂面までの高さであり、天頂面の頂点数を N 、各頂点を $T_i (i = 0, \dots, N - 1)$ で表すものとする。また、

3.3. 項で示す折りたたみ可能な条件によって、折りたたみ時には側面が外側に広がるため、側面同士の干渉を防ぐために天頂面は凸形状であるものとする。

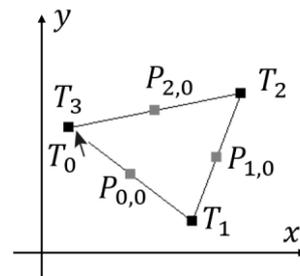


図 4 天頂面の形状。凸多角形に限られる。各辺の中点には、側面を形成する断面線の始点 $P_{i,0}$ が追加される。

3.2. 断面線の入力

断面線は、天頂面を構成する辺の数だけ定義される。それぞれの断面線は、天頂面の各辺 e_i に垂直な u, v 平面上の折れ線としてユーザが指定する(図 5)。折れ線を構成する線分の数は任意である。ただし、天頂面と底面を水平にするために、入力する折れ線の始点および終点の z 値は固定されているものとする。側面は、この断面線を e_i に平行な方向に掃引することで生成される(図 6)。平行な方向への掃引であるため、この側面(3次元空間に存在する平面多角形)の折りたたみに関する問題は、断面線(2次元空間に存在する1次元の折れ線)の折りたたみ問題に帰着することができる。掃引処理は無限遠方まで行い、後から交差する位置でのトリム処理を行うことで閉じた立体を構築する。この過程で底面は一意に定まる。

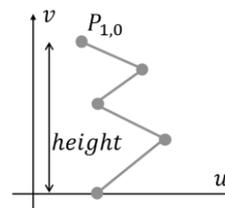


図 5 断面線の形状

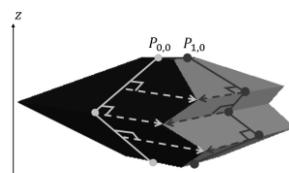


図 6 隣接する側面の交点を求める方法。破線矢印は断面線の頂点から飛ばしたレイ。

3.3. 折りたたみ可能な断面線の条件

入力として与えられた断面線は天頂面の辺の数だけ存在するが、各断面線を折りたたみ可能なように修正する処理は、個々の断面線に対して独立して行う。

対象とする断面線（折れ線）を構成する頂点数を M とし、天頂面の辺上にある断面線の始点を P_0 、底面の辺上にある終点を P_{M-1} とする。また、各断面線の P_i と P_{i+1} を結んだ辺 E_i の長さを l_i ($i = 0, \dots, M-2$)と表す。

断面線の折りたたみは、すべての辺を、隣接する辺との連続性を保ちながら水平に配置することで達成される。折りたたみの際、頂点位置での折れ角は0度または180度のどちらかを取るため、折り方の場合の数は 2^{M-1} 通りある（図7）。しかし、対象とする立体の幾何的な制約から、各頂点は式(1)および式(2)を満たさなければならない。

$$u'_i \geq u_i \quad (1)$$

$$\sum_i \delta_i l_i - (u_{M-1} - u_0) = 0 \quad (2)$$

式(1)の u_i は折りたたみ前の頂点 P_i の u 座標、 u'_i は折りたたみ後の u 座標である。この条件を満たさない場合、折りたたみ後に隣接するパーツと干渉してしまう（図8）。式(2)の δ_i は、折りたたみ後に辺 E_i の法線が上を向いているときに1を、下を向いているときに-1の値をとるものとする。この条件を満たすときのみ、折りたたみ前後の始点と終点の u 座標の値が一致する（つまり、上下方向に折りたたみ可能であることを意味する）。しかし、実際にはすべての可能な折りたたみ方を調べても、式(2)を満たすものが存在することは稀であるため、式(2)を満たすように断面線の修正を行う。



図7 断面線の折りたたみ方の例の一部。 $2^4 = 16$ 通り存在する。

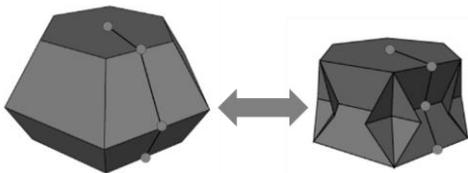


図8 折りたたみ過程で干渉する例。左図：折りたたみ前の形状、右図：側面が内側に入り折りたたみ過程で干渉している。

3.4. 評価値の導入

各断面線について、可能な折りたたみ方法の中から、もっとも優れたものに対し、式(2)を満たすように辺の修正を行う。ここでは、スムーズに折りたたみが行える折り方を優れた折り方とし、折りたたみの前後で辺の向きの変化や折れ角の変化を小さく抑えることを目的とした評価値 C_1 、 C_2 を導入する。また、後工程で条件式(2)を満たすように辺の長さを修正することになるため、この修正のための誤差を評価値 C_3 とした。各評価値は値が小さいものほど優れているとする。

3.4.1. 折りたたみ前後での各辺の向きの変化

多面体を上から下に押しつぶす過程で自然な形で折りたたまれる方法を選択するように、多面体の各面の法線が折りたたみ前後で変化が小さいものを選択する。つまり、折りたたみ前後について各辺 E_i の法線の変化が小さいものほど評価値が小さくなるように、 C_1 を式(3)のように定義する。

$$C_1 = M - \sum_i n_i \cdot n'_i \quad (3)$$

ここで、 n_i 、 n'_i は各辺 E_i の折りたたみ前と後の正規化された法線ベクトルである。この内積をとることにより2つのベクトルがなす角 θ に対する $\cos\theta$ の値が評価の指標となる。

3.4.2. 折りたたみ前後での折れの向き(山・谷)の変化

折りたたみの前後で、折りの山・谷が変化する場合も自然な形で折りたたむ妨げとなるため、この変化が小さいものを選択するための評価値 C_2 を式(4)で定義する。

$$C_2 = (M - 1) - \sum_i (n_i \times n_{i+1}) \cdot (n'_i \times n'_{i+1}) \quad (4)$$

ただし、折りたたみ後のベクトル n'_i と n'_{i+1} が平行である場合は除外する。ここで、 $(n_i \times n_{i+1}) \cdot (n'_i \times n'_{i+1})$ の部分は、折りたたみの前後で辺 E_i と E_{i+1} の間の折り向き（山と谷の別）が変わらないのであれば値1を取り、異なる場合には値-1をとる。

3.4.3. 端点の位置の誤差

後の工程で、条件式(2)を満たすように入力された断面線の修正を行うが、左辺の値はなるべくゼロに近い方が、修正が小さくて済む。そこで、条件式(2)の左辺の値を gap としたときに、その値がなるべく小さいものがよいとするための評価値 C_3 を式(5)のように定義する。

$$C_3 = |gap/M| \quad (5)$$

3.5. 断面線の修正

前項で述べた3つの評価値 C_1 、 C_2 、 C_3 に対する重み付け線形和によって、折りたたみ方（折れ線の頂点の折れ

角の指定方法) の評価値 C_{total} を式(6)のように定義する.

$$C_{total} = \omega_1 C_1 + \omega_2 C_2 + \omega_3 C_3 \quad (6)$$

断面線の折りたたみ方の全パターンについて, この評価値を算出し, その値が最も小さいものを採用する.

その後, 採用された折りたたみ方に対し, gap の値がゼロになるように, 入力として与えられた断面線の頂点位置 P_i を, 式(3)で定義するエネルギー関数 E の値を最小とする \hat{P}_i の位置へと移動する.

$$E = \omega_p \sum_i \|\hat{P}_i - P_i\|^2 + \omega_l \sum_i \|\hat{l}_i - l_i\|^2 \quad (7)$$

\hat{P}_i は修正後の頂点の位置であり, この位置を最急降下法によって求める. \hat{l}_i は修正後の辺の長さであるが \hat{P}_i の位置によって定まる. l_i は, gap の値(式(2)の左辺の値)がゼロになるように, 各辺 l_i の長さに一定の値を掛けて導き出したものである.

第一項は入力された頂点の位置をなるべく移動させないための項であり, 第二項は gap の値をゼロにする, つまり平坦に折りたたみ可能とするための項である. 2つの項には, それぞれ ω_p , ω_l によって重み付けする. 断面の線の修正の際には, 折りたたみ可能とすることを優先するために, ω_l の値を大きくする. 本研究では $\omega_p = 0.01$, $\omega_l = 1$ を用いた.

3.6. 厚みの考慮

これまでの議論に, 素材の厚みは考慮されていなかったが, 実際には素材に厚みがあり, 折りたたみを考える際には, この厚みを無視することはできない. ここでは, 厚みを加えたモデルを2つ提案する. 実際の制作を考えた場合, ヒンジの形状が問題となるため^{[1][6]}, ヒンジの形状についても議論する.

3.6.1. ヒンジの回転軸が1つの場合

素材の厚さを考慮し, 断面線の各線分の外側にオフセット(厚み)を与える. 単純に厚みを加えただけでは, 折りたたみ時に干渉してしまうため, ヒンジ部分の形状の修正が必要となる. まず, P_i から P_{i+1} に伸ばしたベクトルを \vec{E}_i , また \vec{E}_i と \vec{E}_{i-1} のなす角を θ_i とする. ヒンジ部分のなす形状は角 φ_i を求めることで定まる(図9, 図10). φ_i は外積ベクトル $\vec{E}_i \times \vec{E}_{i-1}$ の向く方向により場合分けされる. ヒンジは立体の内側につけることを基本とするが, $\delta_{i-1} = -1$, $\delta_i = 1$ となるときには折りたたみ時にヒンジ部分で干渉が発生するため, ヒンジを外側につける(図11).

厚みを加えた際の干渉は, ヒンジ部分のみだけでなく, 隣接する面の間にも発生することがある. これは, 厚みを加えることにより式(1)を満たさない頂点が発生するためである. そのため, 式(1)を満たすようにパネルの形

状の修正を行う(図12). 以上より, 厚みを加えたモデルを生成することができる(図13).

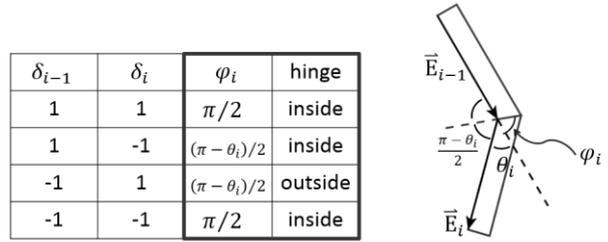


図9 $\vec{E}_i \times \vec{E}_{i-1}$ が手前方向のベクトルとなる際の角 φ_i

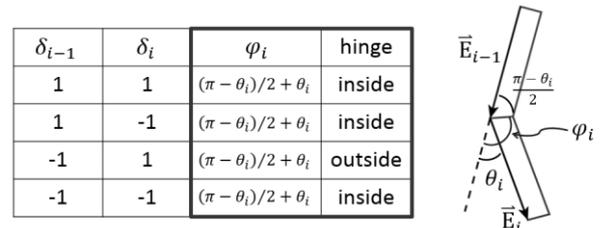


図10 $\vec{E}_i \times \vec{E}_{i-1}$ が奥行方向のベクトルとなる際の角 φ_i

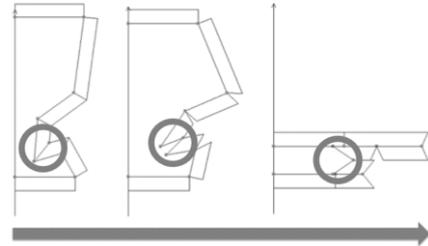


図11 ヒンジ部分が外側になる例. 丸棒内においてヒンジ部分の軸が厚みの外側に形成される.

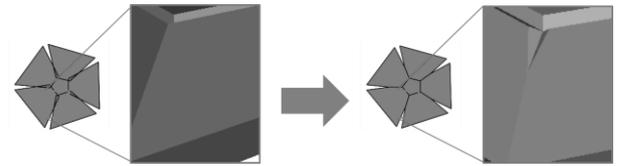


図12 ヒンジ部分の修正方法. 左図: 修正前の形状, 右図: 修正後の形状

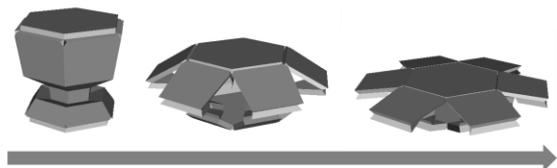


図13 厚みを加えたモデル. 左から右のように折りたたむことができる.

3.6.2. ヒンジの回転軸が2つの場合

厚みのある2枚のパネルを平坦に折りたたむ際に用いるヒンジの一種に、軸を2つもつダブルヒンジと呼ばれるものがある。ダブルヒンジは隣接する2つのパネルの間に橋渡しをする1つのパネルを持つ(図14)。このヒンジについては検討段階であり、試作を行っていない。ここでは、このヒンジを提案モデルに用いることを前提とした厚みの付与について述べる。

まず、断面線の内側と外側の両方に $t/2$ のオフセットを与え、図15に示すように厚さ方向の中心に軸を設ける。橋渡しをするパネルについては、厚さを同様に t とし2つの軸の間隔を t とする。ヒンジ部分はそれぞれの軸を中心とした半径 $t/2$ の半円柱形となり、軸となる円柱形の棒を設ける。この際のパネルの奥行きは任意の大きさとなる。隣接する2つのパネルについても同様にヒンジ部分をそれぞれの軸を中心とした半径 $t/2$ の半円柱形とする。またヒンジ部分のために軸を中心に厚さ・横を t 、橋渡しするパネルが入る十分な大きさの奥行き分だけ削り、橋渡しをするパネルの軸となる棒が入るように十分な大きさの円柱形の穴を設ける。

このような構造により、ヒンジ部分折れ角を0から 2π まで任意に変更することが可能となる(図16)。

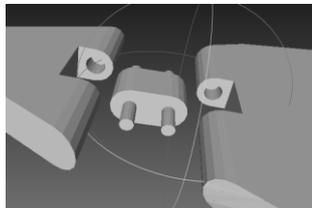


図14 ダブルヒンジを構成するパーツ

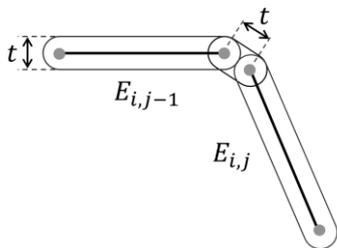


図15 ダブルヒンジの厚みの加え方

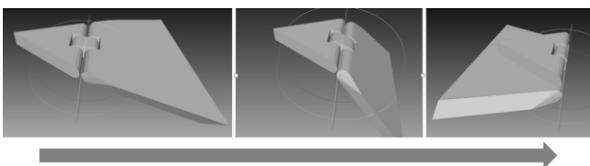


図16 想定するダブルヒンジ. 左から右のように任意に折れ角を変更することができる。

4. 結果

生成された多面体モデルの3Dデータについて紙と3Dプリンタによる試作を行った。

4.1. 紙による立体模型の試作

紙による試作は生成された3Dモデルデータを2Dの展開図に変換するペパクラデザイナー^[7]を用いた。

図17の入力線からモデルを生成し、展開図は図18のようになった。このモデルについて紙による立体模型の試作を行った結果、図19のようになった。折りたたみ前の形状について縦が10.5cm、横が14.7cm、高さが8.0cmの模型を試作し、折りたたみ後に縦が14.0cm、横が15.5cmとなり3つのパーツそれぞれが平坦に折りたたまれることが確認できた。

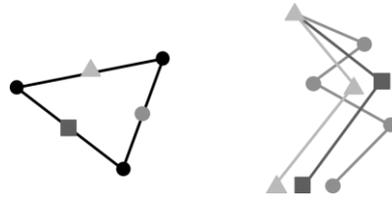


図17 入力した天頂面(左図)と断面線(右図)の形状

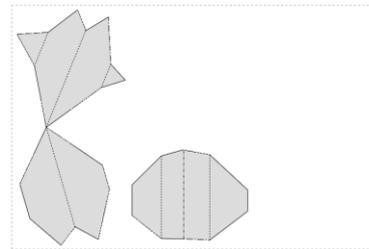


図18 図17により生成されたモデルの展開図

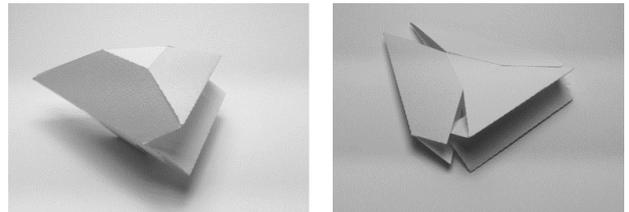


図19 図6のモデルの紙による試作例. 左図:折りたたみ前の形状, 右図:折りたたみ後の形状

また同様に、複雑な形状についても図20の展開図から紙による立体模型の試作を行った(図21)。折りたたみ前の形状について縦が5.5cm、横が17.2cm、高さが8.7cmの模型を試作し、折りたたみ後に縦が11.7cm、横が22.2cmとなり4つのパーツそれぞれが平坦に折りたたまれることが確認できた。

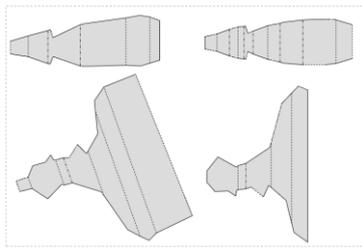


図 20 複雑な形状のモデルの展開図

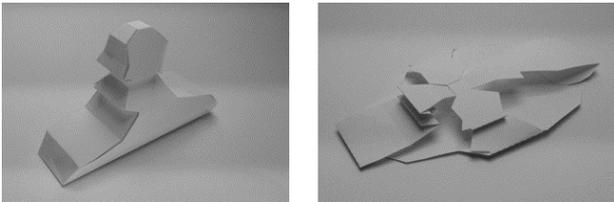


図 21 複雑な形状のモデルの紙による試作例. 左図:折りたたみ前の形状, 右図:折りたたみ後の形状

4.2. 3Dプリンタによる立体模型の試作

図 13のモデルの3Dデータについて3Dプリンタによる試作を行った(図 22). 3.6.1. のヒンジ部分に軸を1つだもつモデル手法を用い, 縦・横が10.5cm, 高さが12.0cm, 厚さが0.5cmの立体模型を試作し, この結果5つのパーツそれぞれが平坦に折りたたまれることで, 立体全体の大きさを半径10.0cm, 高さ2.2cmの平坦にすることが確認できた. また模型のヒンジ部分はテープを貼付けることにより自由に折れ角を変更できるようにした.

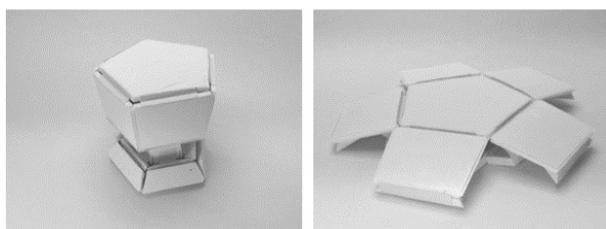


図 22 図 13のモデルの紙による試作例. 左図:折りたたみ前の形状, 右図:折りたたみ後の形状

5. 終わりに

本研究では, 切開辺を含み一方に折りたたみ可能な立体形状を設計するための手法を提案した.

今後の課題としては, 天頂面が凹形状のモデルを設計可能となるようにすることが挙げられる. 本手法の場合, 式(1)より側面が折りたたみ前よりも折りたたみ後の方が外側に広がるため, 天頂面を凹形状とすると折りたたみ時に干渉が発生してしまう. そこで, 新たに凹形状に

対応する定式が必要であると考えられる. また本手法では, 折りたたみ過程が試作を行うまで求める折りたたみ方かどうか確認することができないという問題がある. そのため, 視覚的に確認できるように折りたたみ過程のアニメーションの機能を追加する必要があると考えられる. 他には, 本手法では生成された3Dデータについてペパクラデザイナーを用いて2Dの展開図にする必要があるため, 自動で展開図を生成する機能の追加も考えられる. この際, 用紙の無駄な部分ができる限り発生しないように展開図の配置を考慮する必要がある. さらに, 生成されたモデルをケースとして扱うため, 折りたたみ前の形状で固定されることが必要となる. そこで, 切開辺(開閉部分)の固定方法を検討する必要があると考えられる.

参考文献

- [1] Alan M. Watt, Sergio Pellegrino, “Tape-Spring Rolling Hinges”, Proceedings of the 36 Aerospace Mechanisms Symposium, 2002.
- [2] Cauchy, A. L., “Sur les polygones et le polyheders”, XVle Cahier IX, 87-89, 1813.
- [3] Robert J. Lang, “Airbag Folding”, <http://www.langorigami.com/science/technology/airbag/airbag.php>, 267-271, (2014/10/01アクセス).
- [4] 加瀬悠人・三谷純・福井幸男・金森由博, “折りたたみ可能な切開辺を含む軸対称形状の設計”, 芸術科学フォーラム2014.
- [5] 館知宏, “四辺形メッシュに基づく剛体折紙デザイン手法”, シミュレーション, 29巻3号(2010-9), 24-29.
- [6] 館知宏, “折紙の数理とその応用(シリーズ応用数理3)”, 共立出版, 2006, 172-177.
- [7] 多摩ソフトウェア有限公司, “ペパクラデザイナー”, <http://www.tamasoft.co.jp/pepakura/>, (2014/10/01アクセス).
- [8] ミウラ折りラボ, “ミウラ折り公式サイト”, <http://www.miuraori.biz>, (2014/10/01アクセス).

著者紹介

かせ ゆうと : 筑波大学システム情報工学研究科
〒305-0006 茨城県つくば市天王台1-1-1,
kase@npal.cs.tsukuba.ac.jp
みたに じゅん : 筑波大学システム情報系
かなもり よしひろ : 筑波大学システム情報系