

折りたたみ可能な切開辺を含む軸対称形状の設計

加瀬 悠人[†] 三谷 純[†] 福井 幸男[†] 金森 由博[†]

[†] 筑波大学 〒305-0006 茨城県つくば市天王台 1-1-1

E-mail: [†] kase@npal.cs.tsukuba.ac.jp

あらまし 本研究では、軸対称な立体モデルを対象とし、厚みのある平坦に折りたたみ可能な多面体モデルの構築を実現する。入力にはユーザがスクリーン上をクリックすることにより描かれる折れ線であり、この折れ線が多面体モデルの断面線を構成し折りたたみ可能となるために折れ線の修正を行い、その折れ線に厚みを加える。出力は多面体モデルの折りたたみパターンアニメーションや、3Dモデルデータ、折り曲げ方向に関する情報となる。生成される多面体モデルの折りたたみ方法は、平らなプレートで天頂面を上から下に押しつぶす操作で実現し、また元の形状に戻すには天頂面を下から上に引っ張る操作で実現する。多面体モデルの形状は平面多角形の集合で表されるものとし、水平な辺はヒンジによって接続されて折れ角を変更でき、それ以外の辺は折りたたみ時には切開することで分離し、元の立体形状を成すときには切開された辺が接合される構造を持つものとする。

キーワード 折りたたみ, 軸対称形状, 設計

Flat-Foldable Axisymmetric Structures with Open Edges

Yuto KASE[†] Jun MITANI[†] Yukio FUKUI[†] and Yoshihiro KANAMORI[†]

[†] University Of Tsukuba 1-1-1 Tennodai, Tsukuba-shi, Ibaraki, 305-0006 Japan

E-mail: [†] kase@npal.cs.tsukuba.ac.jp

Abstract We propose a method to design axisymmetric structures that can be folded flat. The flat configuration of the model is obtained by pushing the structure downwards. Our model is represented by a polyhedron with a vertical symmetry axis. The edges that are not coplanar to the axis are hinges that connect two faces allowing their dihedral angle to change. The other edges are open during the folding process, binding two faces only in the original 3D configuration. The design interface consists in using mouse clicks to input an arbitrary outline formed by connected line segments. This outline is the desired axial cross section of the model. Usually, the input produces structures that are not flat-foldable and, therefore, we have to adjust the length and position of the line segments to enable flat-foldability. This is an optimization process, changing the outline the minimum possible. In this process, we consider the assignment of the fold directions on hinges in order to make the folding process easier. Finally, we output the data of a flat-foldable model, the assignment of fold directions and the animation of the folding process.

Keyword Flat-fold, Axisymmetric-structure, Design

1. はじめに

立体を折りたたむことは、使用しない時に小さい収納スペースに格納し、必要に応じて大きく広げることを実現するために必要な技術である。しかし、折りたたみ可能なモデルを設計する作業は複雑で手間がかかり、設計の簡易化が求められている。そこで本研究では、厚みのある平坦に折りたたみ可能な軸対称な多面体モデルを設計することを目的とする。提案手法は折れ線を入力することのみにより、折りたたみ可能な多面体モデルとその折りたたみパターンを出力することで、モデル設計の簡易化を行う。そして、生成された

モデルが回転体で表現可能なものの梱包やケースとして使用することを想定とする (図 1)。



図 1 グラスケースの例 (左図: 折りたたみ前の形状, 右図: 折りたたみ後の形状)

折りたたみ方法は、平らなプレートで上から下に押しつぶす操作で実現する(図 2)。モデルの形状は平面多角形の集合で表されるものとし、水平な辺はヒンジによって接続されて折れ角を変更でき、それ以外の辺は折りたたみ時には分離し、元の立体形状を成すときに接合される構造を持つものとする。

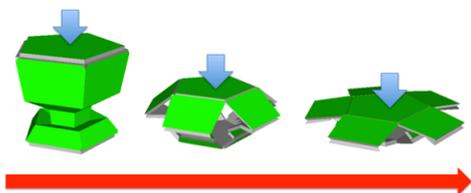


図 2 モデルの折りたたみ方法 (左から右のように折りたたまれる)

2. 関連研究

折りたたみ可能な構造については、折紙工学の分野で広く研究がされている。例えば、車のエアバッグ[1]や人工衛星の太陽電池パネル[6]は通常時にはコンパクトに折り畳まれ、必要な場合には瞬時に大きく展開する製品が求められる。このような製品に対して折紙工学を応用することにより、収納性や可搬性の向上に寄与してきた。

次に、本研究により関連する研究について説明する。

剛体パネルをヒンジにより連結した構造で全体の形状を表現するものを剛体折りと呼び、厚みのあるパネルが歪みなく折り操作を行える形状設計手法が舘[2]によって提案された。この手法の目的は、既存の建築物の間を結ぶ折り畳み可能な仮設空間を作ることを見込んでいる。

軸方向に折りたたむことができる円錐状の殻構造の設計手法が野島[4]によって提案された。この手法の目的は、折りたたみ過程でパネルの歪みを許容するため材料は厚みを考慮しない折り紙や薄い高分子板を用いて、折りたたみ可能なドーム屋根等の大型構造やテント構造の基本モデルとしての使用することが想定されている。

ここで、舘の手法は本手法と同様に厚みのある剛体パネルで歪みなく折り操作を行うことが可能である。しかし、軸対称形状ではなく回転体のものを収納するには不向きである。また、野島の手法は本手法と同様に軸方向に折りたたみが可能である。しかし、対象とする材料が折り紙や薄い高分子板であり構成する面の変形を許容していることが相違点と言える。

3. 提案手法

本研究ではユーザが入力した折れ線を断面を持つような、軸対称な立体を対象とする(図 3)。実際には、

入力した通りの折れ線では平坦に折りたためないことが多いため、折りたたみ可能となるように断面線の修正を行う。また、各辺での折り曲げ方向により折りたたみ易さに影響がでるため、この折り曲げ方向の割当についても考慮する。また、厚みを加えても折りたたみが可能となるようにヒンジ部分の修正も行う。最終的に、生成されたモデルの折りたたみ過程のアニメーションと、モデルの 3D データと各辺の折り曲げ方向に関する情報を入力する。

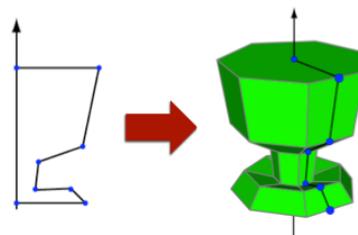


図 3 入力により生成されるモデル (左図：入力線、右図：生成されるモデル)

3.1. 対象とするモデルの断面線

対象とする立体は、軸方向から見ると正 N 角形を成し、側面が合同な N 個の平坦折り可能なパーツの組み合わせで構成される(図 4 では $N=5$)。幾何学的対称性から、立体の折りたたみを断面の折りたたみ(2次元平面での 1 次元の折れ線の折りたたみ)の問題として考えることができる。対象とする軸対称な立体モデルを生成するために、ユーザはスクリーン上をクリックして、断面を構成する折れ線を入力する。この折れ線の頂点数が $n+1$ であるとき、辺の数は n となる。以降、 i 番目の辺 E_i の長さを l_i で表す(図 5)。

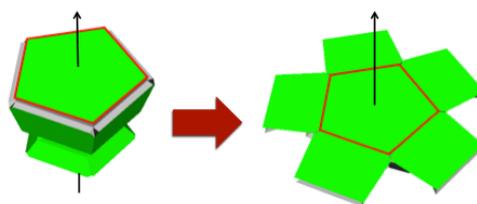


図 4 対象とするモデル (左図：折りたたみ前の形状、右図：折りたたみ後の形状)

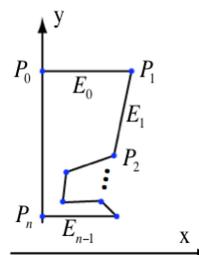


図 5 断面を構成する折れ線

3.2. 折りたたみ可能な折れ線の条件

各辺 E_i を、隣接する辺との連続性を保ちながら水平に配置することで、平坦に折りたたんだ状態を作ることができる。この際、法線は上または下のどちらかを向くため、折りたたみ方は全部で2通りある。しかし、対象とする立体の幾何学的な制約から、各頂点は式(1)および式(2)を満たさなくてはならない。

$$x'_i \geq x_i \quad (1)$$

$$\sum \delta_i l_i = 0 \quad (\delta_i = \{-1, 1\}) \quad (2)$$

式(1)の x_i は折りたたみ前の i 番目の頂点の x 座標、 x'_i は折りたたみ後の x 座標である。この条件を満たさない場合、折りたたみ後に隣接するパーツと干渉する問題が発生する(図6)。式(2)の δ_i は、折りたたみ後に辺 E_i の法線が上を向いているときに1を、下を向いているときに-1を取るものとする(図7)。この条件を満たすときのみ、折りたたみ後に x'_0 と x'_n の値が一致する。しかし、実際にはすべての可能な折りたたみ方を調べても式(2)を満たすものは存在しないことが多いため、式(2)を満たすよう断面線の修正を行う。

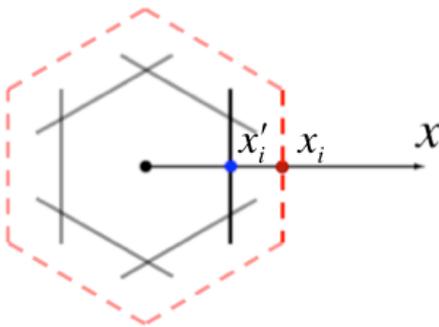


図6 折りたたみ後に隣接するパーツと干渉が発生する例(赤破線：折りたたみ前の形状，黒実線：折りたたみ後の形状)

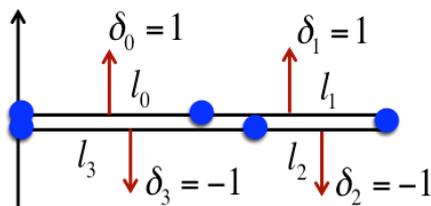


図7 折りたたみ後の各辺における法線方向の例

3.3. 評価値の導入

式(1)を満たす折りたたみ方の中から、もっとも優れた折りたたみ方に対し、式(2)を満たすような断面線の修正を行う。ここでは、スムーズに折りたたみが行える折り方を優れた折り方とし、折りたたみの前後で辺

の向きの変化や折れ角の変化を小さく抑えることを目的とした評価値1)、2)を導入する。また、後工程で条件式(2)を満たすように断面線を修正することになるため、この修正のための誤差を評価値3)とした。

各評価値は値が小さいものほど優れているとする。

1) 折りたたみ前後での各辺の向きの変化量の総和。

2) 折りたたみ前後での各折れ点での向き(山・谷)の変化量の総和。

3) 式(2)の左辺の値(以降ではこの値を *gap* と呼ぶ)の絶対値。

これら3つの評価値にそれぞれ重みを付け、その線形和が最小となる折りたたみ方を選択する。

3.4. 断面線の修正

選択された折りたたみ方に対して、*gap* の値が0になるように、頂点の位置を修正する。その際、入力形状からの変化を少なく抑えるために、各辺 E_i の長さ l_i について行っての比率で長さを変更することにより *gap* を0にする。これにより、条件式(2)が満たされる。

そして頂点位置の修正は式(3)のエネルギー関数 E について最急降下法を用いて最小化することにより、近似的に折りたたみ可能な形状にすることができる。

$$E = \omega_p \sum \|P_i'' - P_i\|^2 + \omega_l \sum \|l_i'' - l_i\|^2$$

$$= \omega_p \sum \{(x_i'' - x_i)^2 + (y_i'' - y_i)^2\} + \omega_l \sum \left\{ \sqrt{(x_i'' - x_{i+1}'')^2 + (y_i'' - y_{i+1}'')^2} - l_i \right\}^2 \quad (3)$$

右辺の P_i'' , l_i'' はそれぞれ修正後の頂点と辺の長さを表し、左側の関数は P_i が入力された頂点であることから入力形状からの変化を抑え、右側の関数は折りたたみ可能とするために断面線の長さの修正を行う。また、式(3)の2行目は要素ごとに分解した式であり x_i'' , y_i'' はそれぞれ修正後の頂点 P_i'' の x , y 座標の値である。

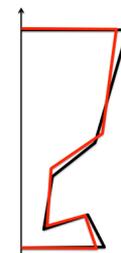


図8 折りたたみ可能となるように修正された断面線(黒線：入力線，赤線：修正された線)

3.5. 厚みの考慮

折りたたみ可能となるように修正した断面線の外側に厚みを加える[3]。しかし、ただ厚みを加えるだけではヒンジの部分で干渉してしまい折りたたむことができない場合があるため、ヒンジ部分を折りたたみ可能となるように修正を行う(図9)。

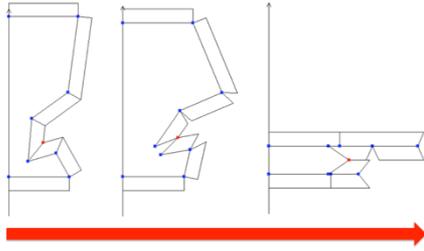


図 9 断面線に厚みを加えた例（左から右のように折りたたまれる）

3.6. 折りたたみ方のアニメーション

生成したモデルを出力する前に求める形状または折りたたみ方であるかを確認するためにスクリーン上で折りたたみのアニメーションを行う（図 2）。これまでの提案手法で折りたたみ前の形状と折りたたみ後の形状が既知であるが、折りたたみ過程の形状が未知であるため、折りたたみのアニメーションを行うために折りたたみ過程の形状の補間を行う。補間を行うために順運動学(Forward Kinematics)[5]を用いる。

4. 結果

図 2 のモデルの 3D データについて紙と 3D プリンタによる立体模型の試作を行った。

4.1. 紙による立体模型の試作

縦・横が 11.5cm、高さが 13.0cm の立体模型を試作し（図 10 の左図）、この結果 5 つのパーツそれぞれが平坦に折りたたまれることで、立体全体の大きさを半径 11.0cm の平坦にすることが確認できた（図 10 の右図）。

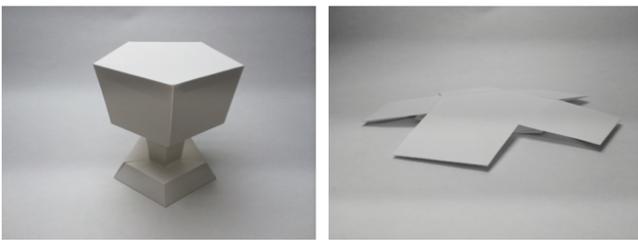


図 10 紙によって試作した立体模型（左図：折りたたみ前の形状、右図：折りたたみ後の形状）

4.2. 3D プリンタによる立体模型の試作

縦・横が 10.5cm、高さが 12.0cm、厚さが 0.5cm の立体模型を試作し（図の左図）、この結果 5 つのパーツそれぞれが平坦に折りたたまれることで、立体全体の大きさを半径 10.0cm、高さ 2.2cm の平坦にすることが確認できた（図の右図）。また模型のヒンジ部分はテープを貼付けることにより自由に折れ角を変更できるようにした。



図 11 3D プリンタによって試作した立体模型（左図：折りたたみ前の形状、右図：折りたたみ後の形状）

5. 終わりに

本研究では、折りたたみ可能な切開辺を含む軸対称形状を設計するための手法を提案した。今後の課題としては、非軸対称形状の設計へ拡張すること（図 12）と、切開辺（開閉部分）の固定方法を検討することが挙げられる。

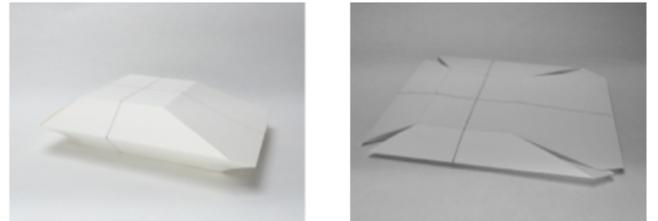


図 12 紙によって試作した非軸対称形状の立体模型（左図：折りたたみ前の形状、右図：折りたたみ後の形状）

文 献

- [1] Robert J. Lang , Airbag Folding , <http://www.langorigami.com/science/technology/airbag/airbag.php>, (2014/01/22 アクセス)
- [2] 館知宏, 四辺形メッシュに基づく剛体折紙デザイン手法, シミュレーション, 29 巻 3 号 (2010-9), 24-29
- [3] 館知宏, 折紙の数理とその応用 (シリーズ応用数理 3), 共立出版, 2006, 172-177
- [4] 野島武敏, 折り畳み可能な円錐殻の創製, 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻 647 号 (2007-7), 349-355
- [5] 向井智彦, インバースキネマティクス, Computer Graphics Game JP 2012 コンピュータグラフィック技術の最前線, 加藤諒, Chapter 8, ボーンデジタル (2012)
- [6] ミウラ折りラボ, ミウラ折り公式サイト, <http://www.miuraori.biz>, (2014/01/22 アクセス)